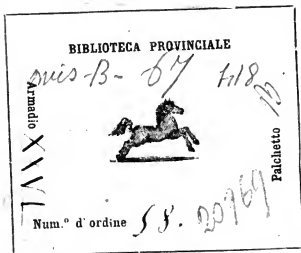
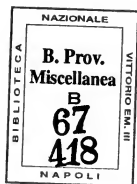
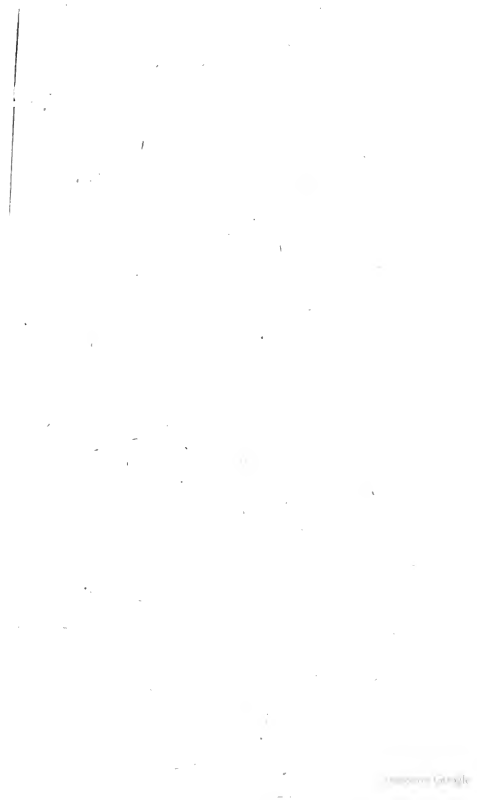
MANOJA
OPUSCOLO MATEMATICO
N. 39 TOM. 1.

OPUSCOLO
MATEMATICO

SULLE

NUOVE SOLUZIONI GENERALI

DEI DUE FAMOSI PROBLEMI, DELLE DUE MEDIE PROPORZIONALI TRA DUE RETTE DATE, E DELLA DUPLICAZIONE DEL CUBO;

FATTE L' UNA E L' ALTRA

COL METODO ANALITICO

DALL' ARCHITETTO

Francesco Manoja

NAPOLI,

TIPOGRAFIA DI FEDERICO PERRETTI

Strada S. Gregorio Armeno N. 43.

1836.

INTRODUZIONE

Non vi ha cosa, che [illegible] tanto la ragione dell' uomo, quanto [illegible] cui egli perviene mediante metodi facili ed agevoli, e mercè la distinzione delle cognite dalle incognite grandezze. L' Analisi, che serve non solamente a trovare la grandezza delle linee, e delle parti dell' estensione paragonate le une colle altre, somministra anco il mezzo di determinare le figure formate da queste linee, ed in generale le forme dello spazio. Quindi *Descartes*, dopo aver osservato il primo, che queste figure, e queste forme stabiliscono delle relazioni di grandezze tra le rette, ebbe la gloria di arrivare ad applicare l' Algebra alla Geometria, ed il prodigio di una tale invenzione, fece sì, che si aprisse una strada ignota ai suoi predecessori: e subito dopo *Neuwton*, e *Leibinitz* riempirono di meraviglia la dotta Europa coll' invenzione

di un'analisi superiore alla Geometria Cartesiana. Sicchè, mediante queste scoperte, le Matematiche hanno interamente cambiato di aspetto.

Da tutto ciò che si è detto, si rileva che l'introduzione del metodo analitico nelle Scienze è stato quello che ha somministrato le ali al genio per dirigere con sicurezza i suoi voli alle sublimi invenzioni: e quello che più si deve ammirare si è, che mentre il metodo analitico guida l'uomo all'invenzione, egli al dir di *Condurcet* « conserva il vantaggio di generalizzare le » sue ricerche in modo, che i problemi » più difficili dell'antica sintesi, altri non » sono che tanti casi particolari di quelli » risoluti con l'analisi ». E di fatti i due problemi delle *Due medie proporzionali tra due rette date*, e *della Duplicazione del cubo*, così famosi nell'antichità altro non sono che tanti casi particolari delle mie ricerche analitiche elementari.

Per dare una idea dell'origine, e dei tentativi dei Geometri su di questi due famosi

problemi, diciamo, secondo *Bossut*, che Apollo per vendicarsi di una offesa che aveva ricevuta dagli Ateniesi, avendo suscitato tra loro una terribile peste, l' oracolo del tempio di Delo, consultato su i mezzi di pacificare la sua collera, ripose *raddoppiate l' altare*. L' oracolo dinotava in tal guisa un altare di forma esattamente cubica, che Apollo aveva in Atene. Secondo poi una lettera di *Eratostene* al re Tolomeo, rapportata da Eudocio nei suoi commenti sopra Archimede, si ragiona così. « Un an-
» tico autore tragico introduce il re Minos,
» che fa ergere un sepolcro a Glauco dan-
» do cento piedi per ogni verso a questo
» edificio; ma egli lo trova troppo piccolo,
» ed ordina che si faccia il doppio. » Se si dessero 200, piedi a ciascun lato, si farebbe 8, volte maggiore; ma il sepolcro e non i suoi lati si domandava raddoppiato circa il volume, d' onde il problema prese la denominazione della Duplicazione del Cubo. Comunque sia stato, l' origine non giova saperla, solo dico con *Eratostene*

che lungo tempo i Geometri Greci si trovarono imbarazzati, per la soluzione di questo problema, e tutta la loro sagacità si andò a rompere contro questo scoglio. Essendo stato esaminato tal problema sotto tutti gli aspetti da *Ipocrate* di *Chio*, questi si accorse che, se si fossero potuto inserire due linee medie proporzionali geometriche tra il lato del cubo dato, ed il doppio di questo lato, la prima di queste due linee sarebbe il lato del cubo cercato. Questo nuovo punto di vista fece rinascere per un momento la speranza di trovare la soluzione colla riga e col compasso. Ma la difficoltà non era per così dire che travestita, ed il problema proposto si era in questo modo cambiato in quello delle due medie proporzionali. Riduzione, al vero dire, non indifferente, poichè sebbene questo secondo problema sia, come il primo del tutto inaccessibile alla Geometria Elementare, pur non di meno non è poco l' aver saputo ridurre due difficoltà ad una sola.

Quantunque gli antichi Geometri di cui ho parlato non abbiano conseguito il loro scopo principale, le loro ricerche sono però state utili per altri riguardi; essi hanno arricchito la Geometria di nuove teorie, e di parecchi istrumenti ingegnosi per risolvere il detto problema, e quello della trisezione dell' angolo, in un modo approssimativo. La maggior parte di questi metodi si sono perduti; ma noi rapporteremo quelli che ci sono pervenuti. *Platone*, inventore del primo, dopo aver tentato invano di risolvere colla riga, e col compasso, immaginò per trovare le due medie proporzionali, un istrumento composto di due righe, una delle quali si scosta parallelamente dall' altra, sorrendo tra le scanalature di due ascendenti perpendicolari alla prima. *Pappo* pel secondo ci propone un metodo ingegnoso (nelle sue Collezioni Matematiche, per trovare le due medie proporzionali) ch' è del tenore seguente. Colle due linee estreme forma i due lati d' un triangolo rettangolo; dal vertice dell' an-

golo retto, col lato maggiore per raggio, descrive un semicerchio che ha conseguentemente per diametro il doppio di questo lato; conduce dalle due estremità del diametro due linee rette indefinite, una delle quali ha la medesima direzione dell' ipotenusa, l' altra dee a tagliare quella prolungata, il lato minore del triangolo altresì prolungato, e la semicirconferenza. Egli fa in modo che di questi tre punti d' intersezione, quello di mezzo sia situato ad uguale distanza dagli altri due. Allora la distanza di questo medesimo punto medio dal centro, è la maggiore delle due medie proporzionali domandate. In terzo luogo, vien *Diocle*, che, dopo aver osservato che il metodo di *Pappo* suppone un tentativo soggetto a qualche incertezza, fu obbligato ad inventare una curva che nominò *Cissoide*, per perfezionare il detto metodo. La detta curva conserva la proprietà di tagliare il prolungamento dell' ipotenusa in un punto per cui deve passare la traversale che determina, sul prolungamento del

minor lato del triangolo, il punto medio di *Pappo*. Il quarto, che fu *Nicomede*, ideò una curva Geometrica denominata *Concoide*, che tiene la proprietà di risolvere il problema della Duplicazione del Cubo, e quello della Trisezione dell'angolo. L'invenzione di questa curva è così stimata dai Matematici, che *Neuwton*, in una appendice alla sua Aritmetica Universale, non si stanca di formare i più grandi elogi alla curva di Nicomede. Il quinto, *Archita Tarentino*, risolse il problema delle due medie proporzionali, per mezzo dell' intersezione della superficie di un semicilindro, con quella d' un solido di rivoluzione descritto da un semicerchio, e poi l' intersezione della superficie dello stesso cilindro, con quella del cono descritto da uñ triangolo; quindi dall' intersezione di queste due curve risultano due punti che soddisfano al problema. In sesto luogo *Menecmo*, compose due dotte applicazioni della Geometria Trascendente al problema della Duplicazione del cubo. Le proprietà delle se-

zioni coniche, e quelle delle progressioni geometriche, gli fecero osservare, che costruendo, dietro le condizioni del problema, due sezioni coniche, che si tagliassero le due ordinate corrispondenti al punto d' intersezione potrebbero tali ordinate rappresentare le due medie proporzionali. Quindi ottenne due soluzioni = Nella prima *Menecmo* costruisce due parabole, che hanno un vertice comune, i loro assi perpendicolari tra loro, e per parametri rispettivi il lato del cubo dato, ed il doppio di questo lato: allora le due ordinate tirate al punto d' intersezione delle due curve, sono le due medie proporzionali cercate. La seconda soluzione procede per mezzo dell' intersezione d' una parabola, e d' una iperbole equilatera tra i suoi asintoti; la parabola ha per parametro il lato del cubo dato, o il doppio di questo lato; il suo vertice è il centro, e il suo asse è uno degli asintoti dell' iperbole equilatera, la potenza dell' iperbole è il prodotto del lato del cubo dato, nel doppio di questo lato. Finalmente le

ordinate delle due curve condotte al punto d' intersezione , sono le due medie proporzionali domandate. Per metodo settimo, si è trovato , che si poteva giungere al medesimo fine coll' intersezione d' un cerchio, e d' una iperbola , ec. ec. Da tutto questo si vede : che tutti i diversi metodi inventati dai Geometri , per mezzo della Geometria degli antichi , sì pratici che teorici, non soddisfano alle condizioni del problema , per non essere stati risoluti per mezzo della riga , e del compasso , quantunque siano perfetti nelle loro teorie.

La maggior parte degli antichi Geometri erano talmente preoccupati dalla speranza di risolvere questi problemi , e quello della Trisezione dell' angolo, colla riga e col compasso , che non potevano determinarsi a rinunziarvi. Essi fecero a questo proposito molti tentativi infruttuosi , e questo furore divenne per loro , una specie di malattia epidemica , che si è trasmessa da secolo in secolo fino ai nostri giorni. Essa dovea cessare ; e cessò di fatti per coloro che

seguirono il progresso delle Matematiche allorchè ne' tempi moderni si cominciò ad applicare l' Algebra alla Geometria. Presentemente il male è incurabile per coloro che imprendono sì fatte quistioni coi metodi degli antichi, perchè non essendo istrutti nelle scienze attuali, non esiste alcun mezzo da guarirli. L' Analisi moderna (ed in questa un Vieta) ha dimostrato che la soluzione del problema della Duplicazione del cubo, e della Trisezione dell' angolo, ci conducono ad una equazione di terzo grado, con questa differenza, che l' equazione relativamente alla Duplicazione del cubo, non ha che una sola radice reale, e quella della Trisezione dell' angolo le ha tutte tre reali. La mia nuova soluzione generale di questi due famosi problemi è fondata sopra la teoria delle proporzioni e progressioni, per mezzo del metodo analitico. Che, se bene o mal ci sia riuscito, il potrà decidere l' intelligente lettore.

RICERCHE.

1. Siano a, b, c, tre grandezze omogenee qualunque, sarà $\frac{a}{b}$ la quantità della ragione di $a:b$, e $\frac{b}{c}$, la quantità della ragione di $b:c$; sicchè il prodotto

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{c}$$

esprimerà la quantità della composta delle ragioni di $a:b$, e di $b:c$; ma il prodotto

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{c},$$

è uguale $\frac{a}{c}$, ossia alla quantità della ragione di $a:c$; *dunque la ragione* $a:c$, *è composta delle ragioni di* $a:b$, *e di* $b:c$ —

Se le grandezze sono quattro, come a, b, c, d, la ragione di $a:d$, è composta dalle ragioni di $a:b$, di $b:c$, e di $c:d$; e se il numero delle grandezze è n, sarà la ragione della prima all' ultima, composta dalla prima alla seconda, dalla seconda alla terza, fino al numero n-1 —

2. Ora, se le tre grandezze a, b, c, sono continuamente proporzionali, la ragione di $a: c$, essendo composta dalle ragioni di $a: b$, e di $b: c$, sarà perciò duplicata d' una di esse; se sono quattro sarà triplicata; e se il numero è n, sarà n uplicata ragione meno uno della prima alla seconda, della seconda alla terza, ec. Per esempio, essendo

$$a : b :: b : c,$$

sarà

$$a : c :: a^2 : b^2 :: b^2 : c^2,$$

se sarà

$$a : b :: b : c, \ b : c :: c : d,$$

sarà

$$a : d :: a^3 : b^3 :: b^3 : c^3 :: c^3 : d^3;$$

e se il numero è n, sarà la prima all' ultima, in n uplicata ragione meno uno della prima alla seconda, della seconda alla terza, ec. —

3. Di più: siano

$$a, b, c, d \ldots\ldots. m, n,$$

i termini di qualunque progressione geometrica, ed essendo la quantità di ragione

$$\frac{b}{a} = p$$

si avrà per natura di questa progressione

$$p = \frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} = \frac{e}{d} = \ldots\ldots \frac{n}{m}$$

ma nell' equazione

$$p = \frac{b}{a}\ ,\ b = ap\ ,$$

sarà per gli altri termini

$$c = bp\ ,\ d = cp\ ,\ e = dp\ \ldots\ldots n = mp :$$

e, se si ponga successivamente il valore di b in quello di c, e quest' ultimo in quello di d, e così degli altri, si otterrà

$b = ap$, $c = ap^2$, $d = ap^3$, $e = ap^4$, ... $n = p^{r-1}$, designando con r il posto del termine n, oppure il numero dei termini, i quali sono considerati nella progressione. *Dunque mediante la formola generale.*

$$n = ap^{r-1},$$

si puol conoscere un termine qualunque senza il soccorso degli intermedii.

4. Posto ciò, se la serie fusse

$$a\ ,\ x\ ,\ y\ ,\ z\ ,\ \ldots\ldots\ v\ ,\ n\ ,$$

essendo

$$n = ap^{r-1},$$

sarà

$$p^{r-1} = \frac{n}{a},$$

ed estraendo la radice r-1 da p^{r-1}, si avrà p, e perciò la quantità di ragione tra un termine e l' altro. Dunque sarà

$$x = ap\ ,\ y = ap^2,\ z = ap^3,\ \text{ec.}$$

e così in seguito. *Val a dire, che se nella progressione data fosse noto il solo primo termine, e l' ultimo, senza conoscere la quantità di ragione che passa tra il primo termine ed il secondo, tra il secondo ed il terzo, ec. si potrebbero del pari conoscere i termini intermedii della serie data.*

5. Da tutto ciò si scorge, che si è ottenuto in questa guisa un metodo generale, onde avere qualunque numero di medie proporzionali tra due quantità già date. Siano per esempio le due quantità a, e d, si vorrebbero due medie proporzionali x, y, si avrebbe la serie a, x, y, d, e poichè

$$d = ap^3$$

sarà

$$p^3 = \frac{d}{a},$$

ed estraendo la radice terza da p^3, si otterrà p; ed in conseguenza sarà

$$x = ap \text{ , ed } y = ap^2.$$

Sicchè si sarà risoluto in questa guisa il famoso problema delle due medie proporzionali, in un modo puramente analitico. E poichè la soluzione analitica d' un problema qualunque, allora si deve stimare nelle ottime forme eseguita, se con la purità dell' analisi l' eleganza contenga della costruzione geometrica: bisogna dunque esibire detta

costruzione e non lasciare il problema in uno sterile concetto di simboli analitici. Certo è bene che molti valenti Geometri si sono contentati della sola soluzione analitica, senza presentare la costruzione geometrica; come in quel problema d'*inscrivere in un cerchio un triangolo, i cui lati prodotti, se ne sia duopo, passassero per tre punti dati.* Fu risoluto con ammirabili ripieghi analitici dall' immortale *Lagrange*, e quindi fu posta in dubbio detta soluzione da *Eulero*, *Daniele Bernoulli*, ec. se poteva eseguirsi la sua costruzione, e perciò anche la soluzione del problema. In questa maniera le cognizioni analitiche con tutte le loro generalità ed energia s' imprimono nella nostra memoria, per mezzo delle figure geometriche ridotte ad ultimo grado di semplicità, e parlano all' immaginazione più di quello stato simbolico ed astratto, che presentavano prima. La soluzione di questo problema fatto da altri analisti presentava

$$x = \sqrt[3]{a^2 b}\,;\ y = \sqrt[3]{ab^2},$$

radici che bisognavano essere costruite per mezzo dell' intersezione di due parabole; e se ciò non si voleva, lasciavano nel puro stato analitico, come quel problema enunciato di sopra.

6. Essendosi dimostrato essere

$$x = ap\,,\ \text{ed}\ y = ap^2$$

sarà

$$x = \frac{ap}{1}, \text{ ed } y = \frac{ap^2}{1},$$

e perciò sarà x quarta proporzionale in ordine ad 1, a, p, e y sarà quarta proporzionale in ordine ad 1, a, p^2, (1) si avrà in questa guisa la costruzione geometrica del problema. Sia AB una retta qualunque, e taglisi AD = 1, DC = a, e dal punto A si tiri AF, in modo che facciasi con AB qualunque angolo FAB, tagliasi AE = p, si uniscano i punti E, e D con la retta ED, e dal punto C si meni la parallela CF ad ED, sarà EF = x, dell' istessa maniera si potrebbe operare in riguardo ad y.

FIG. I.

7. Intanto senza procedere ad una seconda costruzione geometrica per trovare y, basterebbe

---

(1) Nell' equazione $y = ap^2$, essendo $p^2 = pp$, dunque sarà $y = app$, ovvero

$$y = \frac{ap}{1} \times \frac{p}{1},$$

e trovandosi tra, 1, a, p, una quarta proporzionale m, sarà

$$\frac{ap}{1} = m,$$

e dopo 1, m, p, si trovi una seconda quarta proporzionale, sarà

$$\frac{ap^2}{1} = n$$

e quindi sarà questa la lunghezza della linea y

trovare la prima media proporzionale di x, come si è veduto, per esibire tutto il resto con franchezza. Siano le due rette date AB $= a$, BE $= d$, che si dispongono ad angolo retto come si vede, si prolunghino ambe due dalla parte dell'angolo FIG. II. retto verso C, e D, si tagli BC $= x$, come si è veduto (p.ant.), si uniscano i punti A, e C, con la retta AC, al punto C, s'innalzi la perpendicolare CD, sopra CA, che intersechi BD, in D, e da D, s'innalzi l'altra perpendicolare DE, sopra CD, che anderà a passare per forza pel punto E. E poichè i due triangoli ACD, CDE, sono ambo rettangoli per costruzione nei punti C, e D, sarà

AB : BC :: BC : BD, e
CB : BD :: BD : BE,

(1) saranno adunque le medie geometricamente proporzionali BC $= x$, BD $= y$, tra le due rette date AB, e BE —

---

(1) La ragione onde la perpendicolare DE deve passare per forza pel punto E, è la seguente: essendo AB, BC, BE, termini della progressione, sarà BD come si è dimostrato, anche termine della progressione, e perciò la perpendicolare DE deve passare forzosamente pel punto E, che al contrario, o non sarebbe perpendicolare, o la retta BE non sarebbe l'ultimo termine della progressione.

8. È facile a concepirsi, che questa costruzione è tanto generale, che si puole trovare qualunque numero di medie proporzionali, con la medesima eleganza e speditezza. Ed in fatti, se domandinsene quattro, essendosi trovato CB col metodo del (p. 5.) si prosiegua la costruzione del caso antecedente innalzando la perpendicolare EF, su DE, e si prolunghi AB fino in F, e da F, s'innalzi la perpendicolare FG sopra FE, e si prolunghi la retta BC fino in G. Ora, se le rette date per ipotesi siano GB, BA, è chiaro che le quattro medie proporzionali sono $BC = x$, $BD = y$, $BE = z$, $BF = v$. Ne tralascio la dimostrazione, per essere simile all'antecedente, e così proseguendo innanzi —

9. E poichè si è veduto il modo da trovare qualunque numero di medie proporzionali geometricamente tra due rette date, con la riga e col compasso, veniamo ora alla teoria della duplicazione, e principiamo dal trovare un quadrato doppio, triplo, quadruplo, ec. o una metà, un terzo, un quarto, ec. d'un quadrato dato, ch'è il caso più semplice. Siano due grandezze qualunque a, e c, ed x la media proporzionale tra le due rette date saranno le quantità a, x, c, continuamente proporzionali, ed in conseguenza, per ottenere la media proporzionale col nostro metodo generale, essendo $c = ap^2$ (p. 4),

sarà

$$p^2 = \frac{c}{a}$$

e p uguale alla radice quadrata di p^2; dunque sarà $x = ap$, ossia

$$x = \frac{ap}{1},$$

vale a dire quarta proporzionale in ordine ad 1, a, p, e costruita questa secondo che si è insegnato nei (p. 6. 7.), si otterrà la media proporzionale; come per esempio tra le rette date AB, BD, si otterrà CB, per media proporzionale. Ma essendo le grandezze date a, x, c, continuamente proporzionali, ne siegue che sarà

$$a : c :: a^2 : x^2,$$

(p. 2.), e se dall'ipotesi sarà $a = \frac{1}{2}\, c$, dovrà essere del pari $a^2 = \frac{1}{2}\, x^2$, e se $a = \frac{n}{m}\, c$, sarà ancora $a^2 = \frac{n}{m}\, x^2$; e se dall'ipotesi $a = 2c$, dovrà essere egualmente $a^2 = 2x^2$, e se $a = nc$, sarà parimente $a^2 = nx^2$, e così ragionando delle linee AB, BD, in rispetto alla media proporzionale CB. *Siegue da tutto ciò*, *che se la prima retta* AB, *sia una mettà*, *un terzo*, *un quarto ec. della seconda*, *sarà ancora il quadrato della prima* AB, *una mettà*, *un terzo*, *un quarto*, ec. *di quelle della media proporzionale* CB; *e se la pri-*

ma AB, *è doppia*, *tripla*, *quadrupla*, ec. *della seconda*, *sarà del pari il quadrato della prima doppio*, *triplo*, *quadruplo*, ec. *di quelle della media proporzionale* CB (1). *In questa guisa adunque*

---

(1) La medesima ricerca ho fatto per mezzo dell' applicazione dell' Algebra alla Geometria, con l' ajuto dell' equazione di secondo grado, come si puol vedere nel primo Capitolo dalla mia Nuova Teoria e Pratica della misura delle Botti, con tutti i loro Scemamenti, paragrafo 12, sotto il titolo di = *Trovare il lato di un quadrato in modo, che sia maggiore d' un altro dato di quanto è il numero p.*

In quest' opera ancora inedita, si rattrova non solo la pratica ridotta ad una semplice moltiplicazione di due numeri; ma si fanno conoscere ancora i difetti di tutti gli altri metodi fin ora inventati, ed i furti che si fanno dai Cantinieri verso dei Propietarii.

Di più in un altro scritto, che forma una continuazione del presente Opuscolo, ho trovato un nuovo metodo onde costruire qualunque equazione di grado superiore, determinata o indeterminata, per mezzo delle linee rette, e cerchi, ed in conseguenza mi son sollevato alla soluzione di un gran numero di problemi difficilissimi, che dai Sintetici sono insolubili, e dagli Analisti si fanno per mezzo della Matematica Sublime.

Conservo ancora molti altri scritti di propria invezione come per esempio I. Un nuovo metodo facilissimo in Agrimensura, onde misurare e rilevare la pianta Geometrica di qualunque estensione piana, boscosa, montuosa, vallosa, ec. per mezzo della misura d' una sola linea retta,

si ha la soluzione del problema generale della duplicazione , triplicazione , ec. e *della suddupli-cazione* , *suttriplicazione* , ec. *del quadrato* —

10. Se poi si fa l' istesso ragionamento , e si trovano due medie proporzionali tra due rette date , come al (p. 7.), è chiaro che essendo a , x , y , d , continuamente proporzionali, sarà

$$a : d :: a^3 : x^3,$$

(p. 2.) e se dall' ipotesi sarà $a = \frac{1}{2} d$, dovrà essere del pari $a^3 = \frac{1}{2} x^3$, e se $a = \frac{n}{m} d$, sarà ancora $a^3 = \frac{n}{m} x^3$; e se dall' ipotesi $a = 2d$,

---

facendovi rilevare del pari alcuni errori nei metodi attuali 2. un Opuscolo Matematico sulla Metafisica dell' Analisi Algebrica , e propriamente , per conoscere se un equazione qualunque contiene radici reali , o immaginarie , ed il numero di esse , prima di risolverla 3. Alcune mie nuove ricerche , sulla Spinta delle Volte verso dei piedi — dritti fatte con l' Analisi Sublime applicata alla Meccanica , in Architettura 4. Altre nuove ricerche analitiche sulle lunole d' *Ipocrate* di Chio.. 5. Finalmente l' ultimo scritto porta per titolo = *Guida del novello Architetto al disegno di Architettura Civile* , ch' è diviso in quattro volumi. Nel primo Volume, si tratta prima degli strumenti necessarii per la pratica del Disegno come compassi , righe , squadrelle , rapportori , *ec.* ; poi degli oggetti usuali , come carta , lapis , penne , colla-bocca , gomma elastica , inchiostro della Cina , colori , ec. ; poi di alcune operazioni generali , com

dovrà essere egualmente $a^3 = 2x^3$, e se $a = nd$; sarà parimente $a^3 = nx^3$. *E perciò, se tra due rette date si trovano due medie proporzionali, e siano queste due rette* AB, BE, *in modo, che se la prima sia una mettà, un terzo, un quarto*, ec. *della seconda sarà il cubo della prima* AB, *una mettà, un terzo, un quarto*, ec. *di quello della prima media proporzionale* CB; *e se la prima* AB, *è doppia, tripla, quadrupla*, ec. *della seconda* BE,

---

la costruzione delle scale, copiare, calcare, pittare, ridurre', ingrandire, ec.: poi dei mezzi di espressioni consagrati all'Architettura Civile, e della maniera di disegnare, cominciando prima dalle piante in generale, ed in questa parte vien racchiusa la Topografia propriamente detta, come caso particolare del mio sistema; indi delle facciate degli edifizii, ossia delle Ortografie esterne, ed in questa parte vien racchiusa ancora l'arte del Paesaggio; e finalmente degli spaccati, ossia Ortografie interne. Nel secondo, vien esposto lo studio generale degli Ordini di Architettura, con alcune nuove osservazioni. Nel terzo, la teoria e pratica della Projezione delle ombre del Disegno d' Architettura in tutta la sua estensione. E finalmente, nel quarto la teoria e pratica della Prospettiva aerea e lineare, con le degradazioni delle tinte, in un modo puramente nuovo, ed aumentata di moltissime mie ricerche.

Mi astengo di fare di publica ragione tutti questi miei scritti, perchè conosco bene, che da pochi vengono apprezzati, e perciò non intendo di perdere il danaro alla Stampa.

sarà il cubo della prima doppio, triplo, quadruplo, ec. *di quello della prima media proporzionale* BC. *Dunque in questa guisa si ha la soluzione generale del problema della duplicazione, triplicazione, quadruplicazione*, ec. *e della sudduplicazione, sutriplicazione*, ec. *del cubo* —

11. Da quanto si è esposto è manifesto, che, se generaliziamo le nostre ricerche col ricavare qualunque numero di medie proporzionali, come al (p. 4.) con l' analisi, e come al (p. 8.) con la costruzione geometrica essendo in qualunque serie geometrica del numero n di termini, il primo all' ultimo in $n$uplicata ragione meno uno del primo al secondo, del secondo al terzo, ec. si avrà la soluzione generale del problema *della duplicazione, triplicazione, quadruplicazione*, ec. e *della sudduplicazione, settriplicazione*, ec. *del quadrato, del cubo; biquadrato, quadratocubo, cubo-cubo*, ec. *servendomi della denominazione di Diofanto*.

IL FINE.

INDICE.

FIGURA I.

FIGURA II.